

Divisibilidad [Teoría](#) [Propuestas](#) [Herramientas](#)

Estás en [Inicio](#) > [Sin decimales](#) > [Divisibilidad](#) >
Diccionario



[Descarga en PDF](#) (No funcionarán los enlaces externos)

Pequeño diccionario de Divisibilidad

[A](#) [B](#) [C](#) [D](#) [E](#)

[F](#) [G](#) [H](#) [I](#) [K](#)

[L](#) [M](#) [N](#) [O](#) [P](#)

[R](#) [S](#) [T](#) [U](#) [V](#) [W](#)

Selecciona una letra o un tema

A

[Abundancia](#)

[Abundante](#)

[Adenda](#)

[Aditiva](#)

[Algoritmo](#)

[Alícuota](#)

[Altamente compuesto](#)

[Amigos](#)

[Andrica](#)

[Antiarmónico](#)

[Antisigma](#)

[Aquiles](#)

[Aritmético](#)

[Armónico](#)

[Aspirante](#)

B

[Bertrand](#)

[Bezout](#)

[Bigomega](#)

[Brillante](#)

[Brocard](#)

[Brun](#)

C

[Carmichael](#)

[Casiprimo](#)

[Chen](#)

[Compuesto](#)

[Congruencia](#)

[Conjetura](#)

[Coprime](#)

[Criterio](#)

[Cullen](#)

[Cunningham](#)

D

[De la Vallée Pousin](#)

[Deficiente](#)

[Descomposición](#)

[Dirichlet](#)

[Distribución de números primos](#)

[Divisibilidad](#)

[Divisible](#)

[Divisor](#)

[Duffiniano](#)

E

[Eratóstenes](#)

[Esfénico](#)

[Euclides](#)

[Euler](#)

[Extraño](#)

F

[Factor](#)

[Factorización](#)

[Fermat](#)

[Fórmulas para primos](#)

[Fósil](#)

[Frobenius](#)

[Fuerte](#)

[Funciones en Teoría de Números.](#)

G

[Gauss](#)

[Gemelos](#)

[Girard](#)

[Goldbach](#)

H

[Hadamard](#)

[Hamming](#)

[Hardy-Littlewood](#)

[Harshad](#)

[Heterogéneo](#)

[Hoax](#)

[Homogéneo](#)

[HP \(home prime\)](#)

I

[Indicador](#)

[Indicatriz](#)

[Infinitud de los números primos](#)

[Ingham](#)

[Interprimo](#)

[Intocable](#)

K

[Kempner](#)

L

[Lagrange](#)

[Legendre](#)

[Lemoine](#)

[Logaritmo entero](#)

M

[Máximo común divisor](#)

[MDI](#)

[Menor múltiplo cuadrado](#)

[Mersenne](#)

[Mínimo común múltiplo](#)

[Moebius](#)

[Moran](#)

[Múltiplo](#)

N

[Número](#)

O

[Omega](#)

[Omírp](#)

[Oppermann](#)

[Ormiston](#)

[Ore](#)

P

[Palprimo](#)

[Partes cuadrada y libre](#)

[Perfecto](#)

[Poderoso](#)

[Polidivisible](#)

[Polignac](#)

[Primario](#)

[Primo](#)

[Primorial](#)

[Problemas no resueltos](#)

[Propio](#)

[Pseudoperfecto](#)

[Pseudoprimo](#)

R

[Radical](#)

[Raiz interna y externa](#)

[Ramaré](#)

[Rassias](#)

[Regular](#)

[Relación](#)

[Repunit](#)

[Riemann](#)

[Ruth-Aaron](#)

S

[Schinzel](#)

[Semiperfecto](#)

[Semiprimo](#)

[Sexy](#)

[Sigma](#)

[Signatura](#)

[Smarandache](#)

[Smith](#)

[Sociable](#)

[SOPF](#)

[SOPFR](#)

[Sofie Germain](#)

[Submúltiplo](#)

T

[Tau](#)

[Thabit idn qurra](#)

[Tchebychev](#)

[Teorema](#)

[Teoría de Números](#)

[Triplete](#)

[Truncable](#)

U

[Ulam](#)

[Unicidad](#)

[Usigma](#)

V

[Vaughan](#)

[Vinogradov](#)

W

[Waring](#)

[Wilson](#)

A

Abundancia

Dado un número natural N , llamaremos abundancia de N al cociente entre [sigma\(N\)](#) entre N , es decir, entre la suma de sus divisores y él mismo. En los números [perfectos](#) la abundancia vale 2, en los [deficientes](#) menos de 2 y en los [abundantes](#) más de esa cantidad.

Abundante

Número abundante o excesivo

Un número es abundante si es menor que la suma de todos sus divisores propios, por ejemplo el 12.

Adenda

Recibe este nombre la función que está definida a partir de una suma extendida a todos los divisores de un número. Los elementos de esta suma se llaman adendum.

Aditiva

Función aditiva en Teoría de Números

Una función **g** definida sobre números naturales posee la propiedad **completamente aditiva** si se verifica que

$g(a*b)=g(a)+g(b)$ para cualquier par de números naturales **a** y **b**.

Si únicamente se cumple para coprimos (primos entre sí), se dirá que es **aditiva** simplemente.

Un ejemplo de función completamente aditiva es el [logaritmo entero](#) o suma de factores primos con repetición. Si se sumaran los factores sin repetirlos, la función sólo sería aditiva.

Algoritmo

Es una serie finita de reglas o cálculos en un orden determinado para obtener un resultado a partir de unos datos

Algoritmo de Euclides

Algoritmo que encuentra el MCD de dos números **a** y **b** mediante divisiones sucesivas.

Alícuota

Parte alícuota

Una parte alícuota de **n** es todo divisor propio del mismo, es decir, menor que **n**.

Sucesión alícuota

Una sucesión alícuota es aquella definida por recurrencia en la que cada término es la parte alícuota del anterior. Su final puede ser cero, un número constante, una sucesión periódica o bien ser desconocida hasta la fecha.

Altamente compuesto

Un número altamente compuesto es un entero positivo con más divisores que cualquier número entero positivo menor que él mismo.

Amigos

Números amigos

Dos números naturales son amigos si cada uno de ellos es igual a la suma de todos los divisores propios del otro.

Así, son amigos los pares 220 y 284

No hay fórmulas para encontrar todos los números amigos, aunque existen para construir algunos ([Ver Thabit idn Qurra](#))

Números casi amigos o comprometidos

Dos números m y n son comprometidos si la suma de los divisores no triviales de uno coincide con el valor del otro. Así, son de ese tipo, 48 y 75, ya que la suma de divisores (función SIGMA) de 48 es $48+24+16+12+8+6+4+3+2+1=124$, pero si no contamos el 1 y el propio 48 (divisores triviales) nos queda 75, que es el otro número. Recíprocamente, $SIGMA(75)=124$, y eliminando 75 y 1, nos queda 48.

Andrica

Conjetura de Andrica

“La diferencia entre las raíces cuadradas de dos números primos consecutivos es siempre menor que 1”

Aritmético

Un número natural se llama aritmético si es entera la media aritmética de sus divisores. Por ejemplo, 14 es aritmético, porque $(1+2+7+14)/4=6$, media aritmética entera.

Armónico

Número armónico

Los números de [Ore](#) también se llaman ***armónicos***.

Existe otra definición (ver [armónico](#) en el diccionario de Aritmética)

Antiarmónico

Número antiarmónico

Es aquel número entero en el que $\sigma(N)$ divide a $\sigma_2(N)$: la suma de sus divisores divide a la suma de los cuadrados de los mismos.

Antisigma

Función antisigma

Al igual que se ha definido la función $\text{SIGMA}(N)$ como la suma de todos los divisores de N (incluido él mismo), podemos definir la $\text{ANTISIGMA}(N)$, que es la suma de los números menores que N y que no lo dividen.

Aquiles

Número de Aquiles

Es aquel número natural [poderoso](#) (todos los exponentes de sus factores primos son mayores que 1) que no se puede

expresar como potencia perfecta del tipo m^n con m y n naturales. Por ejemplo $108=3^3 \cdot 2^2$

Aspirante

Número aspirante

Es aquel que al iniciar sobre él una sucesión alícuota el final es un número constante. Todos los números perfectos son aspirantes y también algunos no perfectos, como el 25, que produce la secuencia 25, 6, 6, 6, 6...

B

Bertrand

Conjetura de Bertrand

Sea $P(x)$ el número de enteros primos inferiores o iguales a x .

Se cumplirá que $P(2x) - P(x) > 0$ para todo $x > 1$ (o sea, existe un primo entre n y $2n$) (Demostrado por Tchebychev en 1851 y por Erdős de forma más simple)

Bézout

Teorema de Bézout

Dos números naturales son primos entre sí si y sólo si existen dos enteros m y n tales que $m \cdot a + n \cdot b = 1$

Bigomega

Función bigomega

La función bigomega **W(N)** cuenta los factores primos distintos de N teniendo en cuenta las multiplicidades. Equivale a la suma de los exponentes de los factores primos.

Brillante

Números brillantes

Son aquellos que son semiprimos y sus dos factores tienen el mismo número de cifras en el sistema decimal. Por ejemplo, $989=23*43$

Brocard

Conjetura de Brocard

Para $n > 1$, si representamos como $p(n)$ al n -ésimo número primo, se verificará que entre $p(n)^2$ y $p(n+1)^2$ existirán al menos cuatro números primos.

Brun

Constante de Brun

La constante de Brun se define como la suma de la serie formada por la suma de los inversos de los números primos gemelos, que el mismo Brun demostró que es convergente.

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \dots$$

Su valor aproximado es $B=1,902160$

C

Carmichael

Pseudoprimos de Carmichael

Hay algunos pseudoprimos que cumplen la condición $a^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$, para todos los números primos con él. A estos números se les llama de números de Carmichael o pseudoprimos absolutos.

Casiprimo

Un número se llama casiprimo de orden K o k -casiprimo cuando su descomposición factorial contiene K factores primos iguales o distintos. Así, los números [primos](#) son 1-casiprimos, los [semiprimos](#) 2-casiprimos, y así podríamos considerar los 3-casiprimos o 4-casiprimos. El conjunto de todos los números k casiprimos para un k dado se representa con el símbolo P_k . Así, $P_3 = \{8, 12, 18, 20, \dots\}$

Chen

Teorema de Chen

Todo número par suficientemente grande es suma de un primo y del producto de dos primos.

Compuesto

Número compuesto

Es el número que no es primo, es decir, que tiene divisores distintos de sí mismo y la unidad.

Congruencia

Relación de congruencia

Diremos que a y b son congruentes módulo n , siendo los tres números naturales, si la diferencia $b-a$ (o bien $a-b$) es un múltiplo de n . Representaremos la relación de congruencia como **$a \equiv b \pmod{n}$** .

La relación de congruencia es reflexiva, simétrica y transitiva, y por tanto da lugar a clases de equivalencia, llamadas también *residuales*.

Congruencias famosas

Congruencia de Fermat:

$A^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ si p es primo.

Congruencia de Euler:

$A^{f(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ donde n no ha de ser necesariamente primo y $f(n)$ es el indicador de Euler de dicho número.

Congruencia de Wilson:

$(p-1)! + 1 \equiv 0 \pmod{p}$ con p primo.

Conjetura

Una conjetura es una afirmación que parece ser cierta en muchos casos, pero que no se ha podido demostrar.

Son conjeturas famosas las de: [Bertrand](#), [Fermat](#), [Girard](#), [Goldbach](#), [Hardy - Littlewood](#), [Poincaré](#), [Primos gemelos](#), [Waring](#), etc.

Coprimos

Sinónimo de [primos entre sí](#)

Criterio

Criterio de divisibilidad

Un número natural **a** divide a otro **b** si todos los factores primos de **a** lo son también de **b** con exponentes iguales o mayores.

Criterios de primalidad

Existen muchos criterios para ver si un número **N** es primo. Destacaremos:

Clásico: Ir probando posibles divisores entre 2 y la raíz cuadrada **N**. Si ninguno es divisor, **N** es primo.

Fermat: Basado en el pequeño teorema de Fermat, si 2^{N-1} no es congruente con 1 módulo **N**, el número es compuesto. Si es congruente, no se sabrá si es primo o no.

ARCLP: Test basado en el anterior, pero que es totalmente fiable.

Lucas-Lehmer: Criterio especializado en candidatos a primos que sean números de Mersenne.

Cullen

Números de Cullen

Son enteros de la forma $n \cdot 2^n + 1$

Los primeros números de Cullen son 3, 9, 25, 65, 161, 385, ...

Para todo número primo p distinto de 2 existe una infinidad de naturales n tales que p divide al número de Cullen correspondiente.

El número primo más pequeño de Cullen es $141 \cdot 2^{141} + 1$.

Los siguientes números primos de Cullen son los generados por 4713, 5795, 6611, 18496, 32292, ... Existe la conjetura de que haya infinitos números de Cullen que sean primos.

Cunnigham

Cadenas de Cunnigham

Las cadenas de este tipo se generan así:

- Elegimos un número primo cualquiera.
- Lo sometemos a la recurrencia $p_{i+1} = 2 p_i + 1$ (cadena de Cunnigham de primera especie) o bien a la recurrencia $p_{i+1} = 2 p_i + 1$ (cadena de Cunnigham de segunda especie) .
- Interrumpimos la recurrencia cuando el resultado no sea primo.

Todos los términos de la cadena (en el caso de primera especie) son primos de Sophie Germain.

D

De la Vallé Pousin

Ver [Hadamard](#)

Deficiente

Número deficiente

Un número se llama *deficiente* cuando es mayor que la suma de sus divisores propios. Por ejemplo: $21 > 1+3+7$

Descomposición

Descomposición en factores primos

Todo número natural se puede descomponer de forma única como producto de factores primos.

Dirichlet

Teorema de Dirichlet

En toda sucesión aritmética $a+b.n$ con a y b primos entre sí existen infinitos números primos.

Por tanto, hay infinitos primos del tipo $4n+1$ y también del tipo $4n-1$.

Distribución

Distribución de los números primos

Hechos referentes a la distribución de los números primos:

- Los números primos son infinitos
- Dado un número natural, siempre existe un número primo entre él y su doble.
- Es posible encontrar números primos cuya diferencia sea mayor que un número fijado previamente.
- El número de primos menores o iguales que n es asintóticamente igual a $n/\ln(n)$.

Divisibilidad

Parte de la Aritmética que estudia los [múltiplos](#) y [divisores](#)

Relación de divisibilidad

Es la relación que existe entre dos números cuando uno es [múltiplo](#) del otro.

Divisible

Sinónimo de [Múltiplo](#)

Divisor

Divisor de un número

Diremos que un número natural **a** es *divisor* de **b** cuando existe otro número natural **k** que multiplicado por **a** da por resultado **b**.

Divisor propio

Es aquel que es menor que el número al que divide

Conjunto de divisores de un número

Todo número mayor que 1 tiene al menos dos divisores. El conjunto de todos los divisores posibles de un número natural se obtiene a partir de su descomposición factorial $a^n \cdot b^m \cdot c^p \cdot d^q \dots$ mediante técnicas combinatorias y el número total de divisores es $(n+1)(m+1)(p+1)(q+1)\dots$

Divisor común a varios números

Es un número que es *divisor* de todos ellos.

Función divisor

Recibe este nombre y también el de [tau](#), el número de divisores de un número N.

Divisor unitario

Un divisor d de N se llama unitario si $MCD(d, N/d) = 1$

Duffiniano

Los números duffinianos, llamados así por Richard Duffy, son números compuestos que son primos con la suma de sus divisores, es decir, con el valor de la función SIGMA (σ). En ellos no existe ningún divisor común entre N y $\sigma(N)$.

E

Eratóstenes

Criba de Eratóstenes

Algoritmo que encuentra la serie de números primos inferiores a uno dado mediante supresiones ordenadas de números compuestos.

Esfénico

Número esfénico

Es aquel número que es producto de tres números primos diferentes, como $110 = 2 * 5 * 11$.

Euclides

Algoritmo de Euclides

Algoritmo para el cálculo del máximo común divisor de dos números mediante las propiedades del resto de la división euclídea.

Teorema de Euclides o de Gauss

Si un número natural **n** divide a un producto de otros dos **a** y **b** y es primo con **a**, entonces debe ser divisor de **b**.

Euler

Indicador de Euler (o indicatriz, o en inglés Function totient)

Es una función $f(n)$ que indica la cantidad de números inferiores a n y menores que él.

Una fórmula para esta función es

$f(n) = n(1 - 1/p_1)(1 - 1/p_2)(1 - 1/p_3) \dots$ siendo $p_1 p_2 p_3$ los factores primos de n

Extraño

Número extraño

Es aquel que es abundante, pero no perfecto ni pseudoperfecto. El menor número extraño es el 70.

Números extraños

Dos números son *extraños* o *primos entre sí* cuando no poseen divisores comunes.

Factor

Sinónimo de [divisor](#).

Factor primo

Todo número se puede descomponer en producto de factores primos de forma única.

Factorización

Es la operación de calcular todos o algunos factores de un número. En especial es importante la [factorización mediante números primos](#) y la de Fermat. Existen técnicas especiales para factorizar números muy grandes.

Fermat

Factorización de Fermat

Consiste en representar un número natural como diferencia de cuadrados y después aplicar que $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Número de Fermat

Es aquel que es de la forma

$$2^{2^n} + 1$$

Fórmula

Fórmulas para generar números primos

La fórmula n^2+n+17 produce números primos desde $n=1$ hasta $n=16$

$2n^2+9$ produce primos desde $n=1$ hasta $n=8$

y n^2-n+41 , de $n=1$ a $n=40$

Número de Fortune

Si llamamos primorial $N\#$ al producto de los N primeros números primos y número de Euclides a un primorial aumentado en una unidad, diremos que un número es de Fortune si es el siguiente primo posterior a un número de Euclides y se diferencia en un número primo del primorial correspondiente. Por ejemplo, 37 es el primer primo posterior a $2*3*5+1$ (número de Euclides) y su diferencia con $2*3*5=30$ (primorial) es 7, que es primo.

Fósil de un número

Dado un número natural N , se multiplican todas sus cifras. Se repite el proceso con el resultado obtenido, hasta obtener un número de una cifra únicamente; a ese número se le llama el **fósil de N** . Por ejemplo, el fósil de 327 es 8.

Frobenius

Sabemos que dados dos números a y b primos entre sí, existirán dos números enteros x e y tales que se cumpla $x*a+y*b=1$, y, por tanto, existirán otros dos m y n tales que $m*a+n*b=N$, siendo N cualquier entero positivo.

La cuestión que planteó Frobenius (problema de las monedas) es para qué números enteros no negativos estos números m y n pueden ser también no negativos, o existirá alguno en el que esto sea imposible. Por ejemplo, $5m+7n$ nunca es igual a 23 si m y n son mayores o iguales a cero.

Se puede demostrar que para números grandes siempre es posible esta expresión de un número como suma de dos o más múltiplos de otros que sean primos entre sí. Existirá,

por tanto, un número que sea el mayor para el que no se cumpla. Este es el llamado número de Frobenius

Fuerte

Número primo fuerte

Si ordenamos y numeramos los números primos, diremos que el primo número n , P_n es fuerte, cuando es mayor que la media aritmética de su primo anterior P_{n-1} y su siguiente P_{n+1}

Funciones

Funciones importantes en teoría de números

$f(n)$: (Indicador de Euler) Representa cuántos números naturales inferiores a n son primos con él.

$s(n)$: Representa la suma de todos los divisores de n incluido él mismo (es la función *sigma de Gauss*).

$p(n)$: Representa cuántos números primos hay no superiores a n (también llamada *función de números primos*)

$\Omega(n)$: Esta función devuelve el número total de factores primos **no necesariamente distintos** que figuran en su descomposición factorial. Equivale a la suma de los exponentes con los que figuran los factores primos en dicha descomposición.

$\omega(n)$: Representa número total de factores primos **distintos** que figuran en su descomposición factorial.

Gauss

Teorema de Gauss o de Euclides

Si un número natural n divide a un producto de otros dos a y b y es primo con a , entonces debe ser divisor de b .

Polígonos regulares construibles con regla y compás

Para que un polígono regular pueda dibujarse con regla y compás, ha de tener un número de lados del tipo:
 $n=2^r \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \dots p_s$, siendo $p_1, p_2, p_3 \dots p_s$ números de [Fermat](#).

Entero de Gauss

Es un número primo del tipo $4n+1$, con n natural. Este tipo de números se puede descomponer en una suma de cuadrados enteros.

Primo de Gauss

Es un número primo del tipo $4n+3$, con n natural. Este tipo de números no se puede descomponer en una suma de cuadrados enteros.

Gemelos

Números primos gemelos

Dos números primos se llaman gemelos si su diferencia es 2. Por ejemplo, los pares 5 y 7, 17 y 19, 311 y 313,

Se ignora si el número de primos gemelos es infinito, pero se conjetura que así es.

Erdős demostró que existe una constante $c < 1$ e infinitos primos p tales que $p' - p < c \cdot \ln(p)$, donde p' denota el número primo que sigue a p .

Chen mostró que existen infinitos números primos p tales que $p+2$ es un producto de, a lo más, dos factores primos.

Si dos números son primos gemelos, se demuestra que han de tener la forma $6n-1$ y $6n+1$ respectivamente.

Se ha demostrado también que dos números n y $n+2$ son primos gemelos si y sólo si **$4((n-1)!+1) \equiv -n \pmod{n(n+2)}$**

Números primos gemelos capicúas

Son aquellos que son ambos primos y capicúas y sólo se diferencian en la cifra central, que en uno de ellos es consecutiva de la del otro. Por ejemplo, son gemelos capicúas los pares de números 181 - 191, 373-383, 13831-13931.

Girard

Conjetura de Girard

Todo número primo de la forma $4n+1$ puede expresarse de forma única como suma de dos cuadrados.

Esta conjetura fue demostrada por Fermat

Goldbach

Conjeturas de Goldbach

Todo número par mayor que 2 es suma de dos primos

Fue propuesta por Goldbach en 1742, en una carta dirigida a Euler. Ha sido comprobada hasta 10^{14} , pero no se ha podido demostrar.

Todo número impar N mayor que 5 es suma de tres primos

Es consecuencia de la anterior.

(Demostrada por Vinogradov (para un número suficientemente grande), tiene como consecuencia que todo número par suficientemente grande es suma de a lo sumo cuatro primos)

Ramaré demostró que todo número par es suma de seis o menos números primos.

H

Hadamard

Teorema de Hadamard

Llamando $p(n)$ al número de primos no superiores a n , se cumple

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p(n) \cdot \ln(n)}{n} = 1$$

(Demostrado también por De la Vallée Pousin)

Hamming

Recibe el nombre de sucesión de Hamming la formada por el 1 y los números naturales que son divisibles entre 2,3 y 5 y ningún otro factor primo: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48,...

Hardy - Littlewood

Conjetura de Hardy - Littlewood

Si llamamos $p_2(x)$ al número de parejas de primos gemelos menores o iguales que n , se cumple:

$$p_2(x) \approx 0,660161 \cdot 2 \cdot \int_2^x \frac{dt}{(\ln t)^2}$$

que es una expresión similar a la de la distribución de los números primos.

Harshad

Un número de Harshad (también conocido como número de Niven), es un número entero divisible entre la suma de sus cifras. Este concepto depende de la base usada. Un número puede ser de Harshad en una base, pero no en otra. Los números de una cifra son todos de Harshad.

Por ejemplo, son números de Harshad 12, 42, 111, 133, 153, etc.

Heterogéneo

Números heterogéneos

Dos números naturales se llaman heterogéneos cuando no tienen sus divisores primos iguales.

Por ejemplo, son heterogéneos 15 y 20.

Hoax

Números hoax

En un número "hoax" (engañoso) la suma de sus cifras coincide con la de las de sus factores primos sin repetir, como $424 = 2^3 \cdot 53$ y las sumas de cifras son: $4+2+4=10$. $2+5+3=10$, tomando el 2 una sola vez

Homogéneo

Números homogéneos

Dos números naturales se llaman homogéneos cuando tienen los mismos divisores primos, como, por ejemplo, 24 y 36.

HP (Home prime)

Son números tales que al concatenar en orden creciente sus factores primos (incluso repetidos) y reiterar la operación, alcanzan un número primo. Por ejemplo, $42=2*3*7$ lo convertimos en 237, que es compuesto, $237=3*79$. Reiteramos y formamos el número 379, que es primo, luego 42 es home prime.

I

Indicador de Euler

Ver [Euler](#)

Indicatriz

Sinónimo del anterior

Infinitud de los números primos

Desde Euclides se sabe que los números primos son infinitos. La demostración de este hecho es una de las más elegantes de la Historia de las Matemáticas.

Ingham

Teorema de Ingham

Para todo n natural suficientemente grande existe un número primo entre n^3 y $(n+1)^3$

Interprimo

Un número interprimo es aquel que es media de dos primos consecutivos, como el 15, que es media entre el 13 y el 17.

Intocable

Se llaman así a aquellos números que no pueden ser el resultado de la suma de las partes alícuotas de otro número, es decir, de la suma de sus divisores propios.

L

Lagrange

Teorema de Lagrange

Todo número natural es suma de a lo más cuatro números cuadrados.

Legendre

Conjetura de Legendre

Esta conjetura afirma que entre dos cuadrados consecutivos n^2 y $(n+1)^2$ existe siempre un número primo.

Lemoine

La conjetura de Lemoine afirma que todo número impar mayor que 5 se puede expresar como la suma $p+2q$, donde p y q son números primos. Se ha comprobado para $N < 10^{13}$, y no se ha demostrado cuando escribimos esto.

Esta conjetura es más fuerte que la segunda de Goldbach, que afirma que todo número impar mayor que 5 puede expresarse como suma de tres números primos. Aquí no se exige que dos de los primos sean iguales.

Logaritmo entero

Llamaremos **logaritmo entero** de un número natural a la suma de todos sus factores primos, contando sus repeticiones.

Se suele representar por la función **sopfr(n)**. Así, **sopfr(28)=2+2+7=11**. El valor más pequeño corresponde a $\text{sopfr}(1)=0$ y los máximos coinciden con los números primos, como es evidente.

Se le llama logaritmo porque posee la propiedad completamente aditiva: **sopfr(a*b)=sopfr(a)+sopfr(b)**. Se cumple por el hecho de contar las repeticiones de los factores primos. Si se contaran una sola vez, esta propiedad sólo se verificaría si los números fueran primos entre sí y daría lugar a otra función que se representa por **sopf(n)**.

K

Kempner

Los números de Kempner son los valores de la función de [Smarandache](#).

M

Máximo común divisor

El máximo común divisor de varios números es el mayor de sus divisores comunes.

MDI

Mayor divisor impar de un número entero, como
 $MDI(20)=5$

Menor múltiplo cuadrado (MMC)

Es el menor múltiplo cuadrado que posee un número. Por ejemplo $MMC(12)=36=6^2$.

Mersenne

Número de Mersenne

Número del tipo 2^p-1 con p primo.

Mínimo común múltiplo

El mínimo común múltiplo (MCM) de varios números es el menor de sus múltiplos comunes.

Moebius

La función de Moebius $\mu(n)$ se define así:

Si n no es libre de cuadrados, $\mu(n) = 0$

Si no contiene ningún cuadrado como divisor, $\mu(n) = 1$ si posee un número par de factores primos distintos y $\mu(n) = -1$ si ese número es impar.

Moran

Un número de [Hashard](#) se llama número de Moran cuando el cociente entre él mismo y la suma de sus cifras es un número entero primo.

Múltiplo

Múltiplo de un número

Diremos que un número natural **a** es *múltiplo* de **b** cuando existe otro número natural **k** que multiplicado por **b** da por resultado **a**.

Múltiplo común a varios números

Es un número que es múltiplo de todos ellos.

N

Número

Ver Número

[Abundante](#), [de Cullen](#), [Deficiente](#), [Extraño](#), [Feliz](#), [de Fermat](#), [de Harshad](#), [de Mersenne](#), [Narcisista](#), [de Ore](#), [Perfecto](#), [Primario](#), [Primo](#), [Pseudoprimo](#)

Ver Números

[Amigos](#), [Primos entre sí](#), [Primos Gemelos](#),
[Heterogéneos](#), [Homogéneos](#), [Sociables](#)

0

Omega

Familia de funciones que cuentan los divisores de un número.

Omega: Cuenta los factores primos de un número sin tener en cuenta las multiplicidades. Así, $\omega(60)=3$

Biomega: Cuenta los factores primos con multiplicidad, como $\Omega(60)=4$

Omipr

Un número primo recibe el nombre de *omipr* si su simétrico (el que tiene sus mismas cifras pero invertidas, en base 10) también es primo. Son números **omipr** 3, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 107, 113,...

Ormiston

Se llaman pares de Ormiston a los formados por dos números primos consecutivos que presentan las mismas cifras, como 1913 y 1931

Oppermann

Conjetura de Oppermann

Fue establecida por Opperman en 1882. Afirma lo siguiente:

Para todo número entero $x > 1$, existe al menos un número primo entre $x(x - 1)$ y x^2 , y otro primo entre x^2 y $x(x + 1)$.

Ore

Un número entero positivo N se llama de Ore o armónico cuando la media armónica de todos sus divisores es un número entero.

P

Palprimo

Según se deduce del nombre, los palprimos son números primos capicúas o palindrómicos (nos limitaremos al sistema de numeración en base 10 por ahora), es decir, que se leen igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.

Partes cuadrada y libre

Todos los números naturales contienen un cuadrado en alguna de sus descomposiciones factoriales (eventualmente

valdría 1) y otro factor libre de cuadrados (quizás también 1).

Así, tendríamos, por ejemplo: $80=42*5$, $121=112*1$,
 $90=32*10$, $15=12*15$

Podemos llamar parte cuadrada $PC(N)$ a la primera y parte libre $PL(N)$ a la segunda.

Perfecto

Número perfecto

Diremos que un número es perfecto cuando equivale a la suma de todos sus divisores propios (menores que él).

Los primeros números perfectos son 6, 28, 496 y 8128, ya conocidos en la antigüedad.

Número perfecto por múltiplos

Diremos que un número es perfecto (doblemente, triplemente,...) cuando la suma de sus divisores propios es múltiplo de dicho número. Igualmente, se puede afirmar que la función $s(n)$ es el triple, cuádruple, etc. del número.

Por ejemplo: La suma de los divisores de 120 es su doble, 240. Lo mismo les ocurre a los números 672 y 523776.

Poderoso

Un número natural es poderoso cuando todos sus factores primos están elevados al menos al cuadrado. Por ejemplo el $72=2^3*3^2$

Polidivisible

Un número natural escrito en sistema decimal es polidivisible si cumple:

Su primera cifra es distinta de cero

El número formado por las dos primeras cifras es múltiplo de 2

El número formado por las tres primeras cifras es múltiplo de 3

El número formado por las cuatro primeras cifras es múltiplo de 4

Y así sucesivamente.

Por ejemplo, 2012, pues 20 es par. 201 múltiplo de 3 y 2012 múltiplo de 4.

Polignac

Conjetura de Polignac

Para todo número natural k , existen infinitos pares de primos tales que su diferencia es $2k$

Fórmula de Polignac

Es una fórmula muy sencilla para encontrar los divisores primos del factorial de un número natural n . Estos divisores son todos los números primos inferiores a n elevados al exponente r dado por la fórmula

$$r = \sum \left[\frac{n}{p^i} \right]$$

siendo p^i las potencias del número.

Número de Polignac

Llamaremos número de Polignac a aquel número impar que que no pueda expresarse como $p+2x$. Se supone implícitamente que x puede valer 0, porque en ningún listado

se toma el 3 como número de Polignac, ya que $3=2+2^0$. Los primeros números de Polignac son 1, 127, 149, 251, 331, 337,...

Primario

Número primario

Se llaman números primarios a aquellos que son potencias de primos, como 9, 16, 49 o 169.

Primo

Número primo

Un número natural se llama primo si sólo es divisible entre sí mismo y la unidad.

Números primos gemelos

Ver [Gemelos](#)

Números primos entre sí

Son aquellos números naturales (no necesariamente primos) que no tienen divisores comunes.

Su MCD es 1. También se les llama *extraños*, *primos relativos* o *coprimos*.

Números primos entre sí dos a dos

Los elementos de un conjunto de números naturales se dicen *primos entre sí dos a dos*, cuando tomados por parejas, son siempre primos entre sí. Los números 5,15 y 9 son primos entre sí, pero no *dos a dos*. Sin embargo 4, 9, 25 y 49 sí lo son.

Números primos permutables

Un número primo es **permutable** cuando todas sus permutaciones de cifras dan lugar a números primos. Por ejemplo el 337.

Función primo

Es la que relaciona un número primo con su número de orden. Se suele escribir como *prime(N)*. Así, $prime(5)=11$

Primorial

La palabra primorial se suele usar con tres significados distintos:

(1) Un número es primorial si es igual al producto de los k primeros números primos. Por ejemplo, $210=2*3*5*7$.

(2) Llamaremos primorial de un número N y lo representaremos por $N\#$ al producto de todos los números primos menores o iguales que él. Los primeros valores de esta función son (están incluidos $n=0$ y $n=1$)

(3) Llamaremos primo primorial o primo de Euclides al que tiene la forma $p\#+1$, siendo p primo. Esta definición recuerda que son estos los números usados por Euclides en su demostración de la infinitud del conjunto de primos.

Problema

Problemas no resueltos en la Teoría de Números

Los siguientes problemas sobre números naturales no han sido resueltos en el momento de redactar esta página:

- ¿Hay infinitos números primos de Mersenne y, por tanto, infinitos números perfectos?
- ¿Existen números perfectos impares?
- ¿Hay infinitos pares de números amigos?

- ¿Hay más números de Fermat primos además de 3, 5, 17, 257 y 65.537?
- ¿Hay infinitos pares de números primos gemelos?
- ¿Existen progresiones aritméticas formadas por números primos, tan grandes como queramos?
- ¿Es cierta la conjetura de Golbach?
- ¿Es cierta la conjetura de Polignac?
- ¿Existen infinitos números primos de la forma n^2+1 ?
- ¿Existe siempre un número primo entre n^2 y $(n+1)^2$?
- ¿Es cierta la conjetura de Catalán?
- ¿Hay algún entero mayor que 1 que figure más de 8 veces en el triángulo de Pascal? (problema de Singmaster)
- ¿Existen números amigos, uno de ellos par y el otro impar?
- La sucesión de Fibonacci ¿contiene infinitos primos?

Pseudoperfecto

Número pseudoperfecto

Es un número n es pseudoperfecto cuando equivale a la suma de algunos de sus divisores, como $20=10+5+4+1$. Si se tomaran todos los divisores se llamaría [perfecto](#).

Pseudoprimo

Número pseudoprimo

Es un número n que cumple que 2 elevado a n es congruente con 2 módulo n Hay infinitos, como 645 o 161038

Pseudoprimo de Perrin

En la sucesión de Perrin, si n es primo, divide a $P(n)$, pero la propiedad contraria no es verdadera: un compuesto

puede dividir o no a $P(n)$. La gran mayoría de los compuestos no lo dividen. Los valores de n compuestos que dividan a $P(n)$ son denominados como pseudoprimos de Perrin, como el número 271441.

R

Radical

Radical de un número natural

Radical de N es el mayor divisor de N libre de cuadrados. Equivale al producto de todos sus factores primos elevados a la unidad. Por ejemplo, el radical de 48 es $6=2*3$

Raíz interna y externa

Raíz interna de N es la raíz cuadrada de su parte cuadrada. Por ejemplo, la parte cuadrada de 11400 es 100, luego su raíz interna será 20. La representaremos como $RI(N)$. En este caso $RI(11400)=10$

Raíz externa de N es la raíz cuadrada de su menor múltiplo cuadrado. En el caso de 11400 podríamos escribir $RE(11400)=1140$, que es la raíz cuadrada de Menor múltiplo cuyadrado de 11400.

Ramaré

Teorema de Ramaré

Todo número par es suma de 6 o menos números primos.

Rassias

Conjetura de Rassias

Para cada número primo $p > 2$ existen dos primos p_1 y p_2 , con $p_1 < p_2$ tales que

$$(p-1)p_1 = p_2 + 1$$

Es decir, que si el primer primo lo multiplicamos por $p-1$, conseguimos un número al que precede otro número primo

Regular

Número regular

Es aquel número natural cuya descomposición en factores primos tiene la forma $2^m 3^n 5^p$. Se pueden expresar también como aquellos que dividen a alguna potencia de 30.

Relación

Relación de divisibilidad

Diremos que **a** es divisible entre **b** cuando **b** es [divisor](#) de **a** (que por tanto será múltiplo de **b**)

Esta relación es reflexiva, antisimétrica y transitiva, por lo que constituye un **orden**. Como no siempre dos números están relacionados por ella, el orden es de tipo **parcial**.

Relación de congruencia

Dos números están relacionados por una congruencia cuando son [congruentes](#) respecto a un módulo dado. Esta relación es reflexiva, simétrica y transitiva y produce, por tanto, **clases de equivalencia**, llamadas también clases de restos o residuales.

Repunit

Un número se llama repunit (o repuno o repituno) cuando se puede representar como $1111\dots(N\dots)$ en el sistema de numeración decimal o en otros. Todo primo distinto de 2 y 5 posee un múltiplo repunit en el sistema decimal.

Los cuadrados de los repunit hasta $N=9$ unos, se llaman números de Demlo, y la suma de sus cifras es igual al cuadrado de N .

Riemann

Función zeta de Riemann

La función de Riemann sobre un número s viene dada por la serie

$$\zeta(s) = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \frac{1}{5^s} \dots$$

Se demuestra que coincide con el producto infinito

$\prod \frac{1}{(1-p^s)}$, donde p recorre todos los números primos.

Ruth-Aaron

Un par del tipo Ruth-Aaron está formado por dos números naturales consecutivos que comparten el mismo valor en su logaritmo entero

S

Schinzel

Conjetura de Schinzel

Schinzel conjeturó que para $x > 8$, existe al menos un número primo entre x y $x + (\ln x)^2$.

Semiperfecto

Sinónimo de [Pseudoperfecto](#)

Semiprimo

Un número natural es *semiprimo* cuando es producto de dos números primos iguales o distintos. Son semiprimos 4, 6, 9, 10, 14, etc. Se usan en Criptografía con números primos muy grandes.

Sexy

Números primos sexy son los que forman un par del tipo $(p, p + 6)$, es decir que su diferencia es seis. Por ejemplo, 31 y 37

Sigma

Con este nombre se conocen todas las funciones que provienen de la suma de los divisores de un número.

Sigma: Llamamos función Sigma a aquella que relaciona cada número con la suma de sus divisores.

Sigma_k: Idéntica a la anterior, suma todos los divisores de un número elevados a la potencia k , por lo que la anterior equivale a sigma_1 .

Sigma* (o *usigma*): Suma sólo los [divisores unitarios](#).

Signatura

Signatura prima

Es el conjunto de los exponentes que figuran en la factorización de un número en factores primos. Se escriben las repeticiones y se suelen ordenar los exponentes de menor a mayor. Por ejemplo, 60 tiene como signatura $\{1,1,2\}$, porque $60=2^2*3*5$

Smarandache

Función de Smarandache

La función de Smarandache se define, para un número natural n , como el menor entero tal que su factorial es divisible entre n .

Smith

Número de Smith

Es aquel en el que la suma de sus cifras coincide con la de la suma de las de sus factores primos tomados con repetición, como el 666, cuyas cifras suman 18 y las de su desarrollo en factores primos $2*3*3*37$ también:
 $2+3+3+3+7=18$.

Si se usan los cuadrados de las cifras, se llamará número de Smith de segundo orden. Por ejemplo, $822=2*3*137$ y se cumple $8^2+2^2+2^2 = 72$ y $2^2+3^2+1^2+3^2+7^2=72$.

Sociable

Un conjunto de números se llaman sociables si cada uno de ellos es igual a la suma de los factores propios del anterior hasta llegar de nuevo al primero, es decir, formando una [sucesión alícuota](#) cíclica. El periodo de esta sucesión se llama orden del conjunto de números sociables.

Si el periodo es 1, el número es perfecto. Si es 2, es que se trata de números amigos.

Los números sociables más sencillos son 12 496, 14 288, 15 472, 14 536 y 14 264

Sofie Germain

Identidad de Sofie Germain

$$x^4+4y^4= (x^2+2y^2+2xy)(x^2+2y^2-2xy)$$

Teorema de Sofie Germain

Todo número del tipo a^4+4 , con **a** natural y distinto de 1, es compuesto.

Sucesión de Sofie Germain

Es la formada por los números primos p tales que $2*p+1$ también es primo: 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89,...

SOPF

Suma de los factores primos de un número sin repetición. Así, si $12=2*2*3$, $SOPF(12)=2+3=5$

SOPFR

Suma de los factores primos de un número con repetición. Así, si $60=2*2*3*5$, $SOPFR(60)=2+2+3+5=12$

Submúltiplo

Sinónimo de [divisor](#).

T

Tau

Recibe el nombre de función **tau** de un número N al número de sus divisores. También se la denomina función **divisor**.

Thabit idn qurra

Fórmula de Thabit idn qurra

Permite encontrar pares de números amigos. Se basa en lo siguiente:

Para $n > 1$, si los tres números $a = 3 \cdot 2^n - 1$, $b = 3 \cdot 2^{n-1} - 1$ y $c = 9 \cdot 2^{2n-1} - 1$ son primos, entonces los números $p = 2^n \cdot a \cdot b$ y $q = 2^n \cdot c$ son amigos

Por ejemplo, para $a=11$, $b=5$ y $c= 71$ resultan 220 y 284.

Los números del tipo $3 \cdot 2^n - 1$ se llaman números de **Thabit** y en el sistema de numeración binario vienen representados por las cifras 1, 0 seguidas de la cifra 1 repetida hasta terminar la expresión. Por ejemplo, el número de Thabit 786431 viene representado por 10111111111111111111

Tchebychev

Demostró en 1851 la conjetura de Bertrand

Teorema

Ver Teoremas de [Bezout](#), [Chen](#), [Dirichlet](#), [Euclides](#), [Gauss](#), [Hadamard](#), [Ingham](#), [Lagrange](#), [Ramaré](#), [Sofie Germain](#), [Vaughan](#), [Vinogradov](#), [Wilson](#).

Teorema de los números primos

El cociente $p(x)/x$ (ver [p\(x\)](#)) es asintóticamente equivalente al cociente $1/\ln(x)$ para valores de x muy grandes.

Teoría de Números

Parte de las Matemáticas que estudia las propiedades de los números naturales y enteros. Se considera que la fundó Gauss en sus *Disquisitiones arithmeticae* (Leipzig 1801) en la parte llamada Teoría de Números Aritmética. Más tarde, Galois fundó la parte algebraica y Minkowski la geométrica.

Triplete

Triplete de números primos

Es el formado por tres números primos de la forma p , $p+2$, $p+4$. Sólo existe el triplete 3, 5, 7, pues otro mayor contendría un múltiplo de 3.

Truncable

Números primos truncables

Reciben este nombre los números primos que siguen siendo primos aunque se les vayan eliminando las cifras una a una. Unos números permiten esa operación por la izquierda, como 167, que se transforma en 67, también primo, y después en 7. Otros presentan esta propiedad por la derecha, como 599, que pasa a 59 y después a 5. Por último, otros, como el 373, pueden reducirse por ambos lados.

U

Ulam

Espiral de Ulam

Si los números naturales se sitúan en espiral alrededor del 1, los números primos producen pautas que siguen muy a menudo líneas rectas.

Números de Ulam

Se llaman números de Ulam a los que forman una sucesión construida de la siguiente forma:

Se declara $u(1)=1$ y $u(2)=2$ (veremos que esto se puede alterar) y después definiremos $u(n+1)$ como el primer número que se pueda expresar como suma de dos números de Ulam anteriores distintos, de forma única.

Los creó el matemático polaco Stanislaw Ulam y los publicó en SIAM Review en 1964.

Unicidad

Unicidad de la descomposición en factores primos

La [descomposición](#) de un número natural en factores primos es única, lo que constituye el teorema fundamental de la Divisibilidad.

Usigma

La función usigma asigna a cada número entero positivo la suma de sus [divisores unitarios](#).

V

Vaughan

Teorema de Vaughan

Todo número par es suma como máximo de 26 números primos.

Vinogradov

Teorema de Vinogradov

Todo número impar N suficientemente grande es suma de tres primos

W

Waring

Conjeturas De Waring

- a. Todo número impar o es primo o es suma de tres primos
- b. Para todo número natural k existe otro $r=g(k)$ tal que cualquier número natural n se puede escribir como una suma de r sumandos de potencias de orden k de números naturales adecuados.
- c. Casos particulares:

Para $k=2$ y $r=4$ resulta el teorema de Lagrange: Todo número natural es suma de cuatro números cuadrados.

- d. Todo entero positivo se puede expresar como suma de no más de 9 cubos (esto está demostrado) o como suma de no más de 16 cuartas potencias.

Hilbert probó que existe $g(k)$ pero no dio un método para calcularlo.

Hardy y Littlewood descubrieron un método que funciona casi siempre.

Wilson

Teorema de Wilson

Para que n divida a $(n-1)!+1$ es necesario y suficiente que n sea primo.

Por tanto, para $p>0$ primo tendremos que $(p-1)!$ Es congruente con -1 módulo p
